



COLEGIUL
NAȚIONAL
„ȘTEFAN CEL MARE”
SUCEAVA

CONCURSUL DE
MATEMATICĂ
„ACOLADA”,
ediția a XII-a, 03.06.2017

ȘCOALA
GIMNAZIALĂ NR. 1
BOGDĂNEȘTI
JUDEȚUL SUCEAVA

Clasa a V-a

1. Un hol dreptunghiular a fost acoperit cu 12 plăci identice de gresie, fără a le rupe. Știind că plăcile aveau formă pătratică cu lungimea laturii de 6 dm, determinați:
 - a) suprafața holului exprimată în m^2 ;
 - b) dimensiunile holului, exprimate în centimetri.
2. a) Verificați afirmația: Perioada fiecăruia dintre numerele $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ și $\frac{6}{7}$ este alcătuită din aceleași cifre, de fiecare dată scrise în altă ordine.
b) Determinați care dintre numerele $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ și $\frac{6}{7}$ are suma primelor 2017 zecimale divizibilă la 4.
3. a) Scrieți fracția zecimală $x = 3,06(\overline{abcd})$ sub formă de fracție ordinară știind că a 2017-a zecimală este 1, a 2018-a zecimală este 7, a 2019-a zecimală este 2 și a 2020-a zecimală este 0.
b) Suma a 40 numere impare distincte este 1602. Arătați că cel puțin unul este mai mare decât 80.
4. Pic și Poc joacă un joc: Pic spune un număr natural x și Poc alege un număr y divizor al lui x . Să se determine numerele spuse de Pic și Poc știind că x , y și câtul împărțirii lui x la y sunt trei numere ce au media aritmetică 672.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 10 puncte la un punct.

Timp de lucru 2,5 ore

**CONCURSUL DE MATEMATICĂ „ACOLADA”,
ediția a XII-a, 03.06.2017**

BAREM

Clasa a V-a

1. Un hol dreptunghiular a fost acoperit cu 12 plăci identice de gresie, fără a le rupe. Știind că plăcile aveau formă pătratică cu lungimea laturii de 6 dm, determinați:

- a) suprafața holului exprimată în m^2 ;
- b) dimensiunile holului, exprimate în centimetri.

Barem:

a) Calculează $S_{hol} = 12 \cdot S_{placă} = 12 \cdot (6 \text{ dm})^2 = 432 \text{ dm}^2 = 4,32 \text{ m}^2$ 3 puncte

b) Cele 12 plăci pot fi așezate în mai multe moduri:

Cazul 1: Pe un rând toate cele 12 plăci, caz în care dimensiunile holului sunt:

$l_{hol} = 6 \text{ dm} = 60 \text{ cm}$ și $L_{hol} = 12 \cdot 6 \text{ dm} = 72 \text{ dm} = 720 \text{ cm}$ 2 puncte

Cazul 2: Pe două rânduri cu câte 6 plăci, caz în care dimensiunile holului sunt:

$l_{hol} = 2 \cdot 6 \text{ dm} = 12 \text{ dm} = 120 \text{ cm}$ și $L_{hol} = 6 \cdot 6 \text{ dm} = 36 \text{ dm} = 360 \text{ cm}$ 2 puncte

Cazul 3: Pe trei rânduri cu câte 4 plăci, caz în care dimensiunile holului sunt:

$l_{hol} = 3 \cdot 6 \text{ dm} = 18 \text{ dm} = 180 \text{ cm}$ și $L_{hol} = 4 \cdot 6 \text{ dm} = 24 \text{ dm} = 240 \text{ cm}$ 2 puncte

Oficiu.....1 punct

2. a) Verificați afirmația: Perioada fiecăruia dintre numerele $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ și $\frac{6}{7}$ este alcătuită din aceleași cifre, de fiecare dată scrise în altă ordine.

b) Determinați care dintre numerele $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ și $\frac{6}{7}$ are suma primelor 2017 zecimale divizibilă la 4.

Barem:

a) Scrie : $\frac{1}{7} = 0,(142857)$; $\frac{2}{7} = 0,(285714)$, $\frac{3}{7} = 0,(428571)$, $\frac{4}{7} = 0,(571428)$,

$\frac{5}{7} = 0,(714285)$, $\frac{6}{7} = 0,(857142)$. Ceea ce verifică afirmația.....6 puncte

b) Toate numerele au suma primelor 2016 zecimale aceeași:

$(1+2+4+5+7+8) \cdot 334 = 27 \cdot 334 = 9018 = 4 \cdot 2254 + 2/4$ 2 puncte

Suma primelor 2017 zecimale trebuie să fie $9018+2=9020:4$, deci numărul căutat este cel ce are prima cifră din perioadă 2, adică $0,(285714) = \frac{2}{7}$ 1 punct

Oficiu.....1 punct

3. a) Scrieți fracția zecimală $x = \overline{3,06(abcd)}$ sub formă de fracție ordinară știind că a 2017-a zecimală este 1, a 2018-a zecimală este 7, a 2019-a zecimală este 2 și a 2020-a zecimală este 0.

b) Suma a 40 numere impare distincte este 1602. Arătați că cel puțin unul este mai mare decât 80.

Barem:

a) Află că $c = 1, d = 7, a = 2, b = 0$ 3 puncte

Transformă $x = 3,06(2017) = \frac{3062017 - 306}{999900} = \frac{3061711}{999900}$ 2 puncte

b) Calculează suma primelor 40 de numere impare distincte: $1 + 3 + 5 + \dots + 79 = 1600$ 3 puncte

Finalizează.....1 punct

Oficiu.....1 punct

4. Pic și Poc joacă un joc: Pic spune un număr natural x și Poc alege un număr y divizor al lui x .

Să se determine numerele spuse de Pic și Poc știind că x, y și câtul împărțirii lui x la y sunt trei numere ce au media aritmetică 672.

Barem:

a) y divizor al lui x , atunci $x = y \cdot k, k \in \mathbb{N}$. Cum se împarte x la y , avem $y \in \mathbb{N}^*$ 1 punct

Din $\frac{x + y + k}{3} = 672$ obținem $x + y + k = 3 \cdot 672 \Leftrightarrow x + y + k = 2016$ 1 punct

Din $x = y \cdot k$ și $x + y + k = 2016$ obține $y \cdot k + y + k = 2016 \Leftrightarrow$ 2 puncte

$\Leftrightarrow y \cdot k + y + k + 1 = 2017 \Leftrightarrow y \cdot (k + 1) + (k + 1) = 2017 \Leftrightarrow (k + 1)(y + 1) = 2017$ 2 puncte

Cum 2017 este număr prim, avem situațiile:

1) $k + 1 = 1$ și $y + 1 = 2017$ de unde obținem $k = 0 \Rightarrow x = 0$ și $y = 2016$ 1 punct

2) $y + 1 = 1$ și $k + 1 = 2017$ de unde obținem $y = 0 \notin \mathbb{N}^*$ 1 punct

Deci Pic spune 0 și Poc alege 2016.....1 punct

Oficiu.....1 punct